۱ـ گزینه (۱)

$$A = \sqrt[۷]{۳^{۳}\times\sqrt[۳]{۳^{۵}}}\times ۳^{\frac{۷}{۳}} = \sqrt[۷]{۳^{۳}\times ۳^{\frac{۵}{۳}}}\times ۳^{\frac{۷}{۳}} = \sqrt[۷]{۳^{\frac{۱۴}{۳}}}\times ۳^{\frac{۷}{۳}}$$

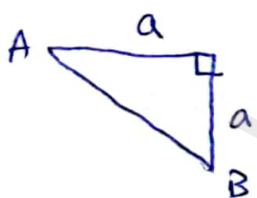
$$= ۳^{\frac{۲}{۳}}\times ۳^{\frac{۷}{۳}} = ۳^{۳} = ۲۷$$

$$\Rightarrow (۵+A)^{-\frac{۱}{۵}} = (۳۲)^{-\frac{۱}{۵}} = \left(\frac{۱}{۳۲}\right)^{\frac{۱}{۵}} = \frac{۱}{۲}$$

۲ـ گزینه (۲)

رها دو مسیر اول و سوم خود را عمود بر مسیر دوم طی کرده پس در یک راستا می باشند و می توان گفت برای رسیدن از نقطه A به نقطه B اضلاع قائمه یک مثلث قائم الزاویه به طول های ۷ و ۹+۱۴=۲۳ طی کرده است پس:

$$AB^{۲} = ۲۳^{۲} + ۷^{۲} = ۵۲۹ + ۴۹ = ۵۷۸$$



از طرفی برای علی داریم:

$$\Rightarrow AB^{۲} = a^{۲} + a^{۲} = ۲a^{۲}$$

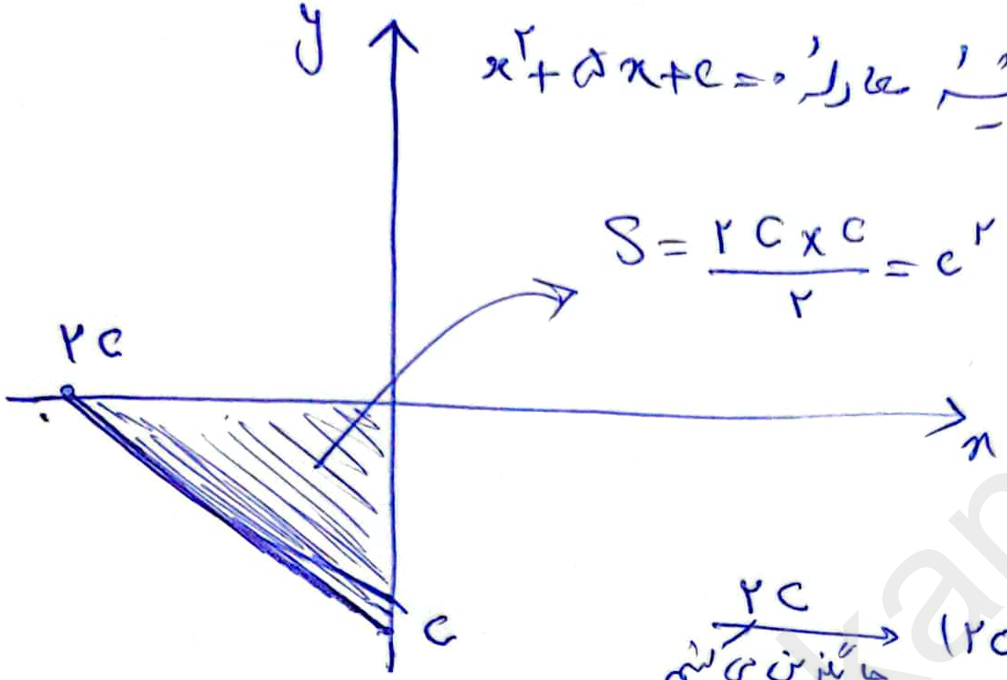
$$\Rightarrow ۲a^{۲} = ۵۷۸ \Rightarrow a^{۲} = ۲۸۹ \overset{a>۰}{\Rightarrow} a = ۱۷$$

www-kanoon-ir

CamScanner

۳ـ گزینه (۲)

چون مساحت مثلث برابر c^2 است. پس ریشه معادله $x^2+ax+c=0$ باید برابر $2c$ باشد.



$$S=\frac{2c\times c}{2}=c^2$$

$2c$ جایگزین می‌کنیم $\longrightarrow (2c)^2+a(2c)+c=0$

$$\Longrightarrow 4c^2+11c=0$$

$$\Longrightarrow c(4c+11)=0 \Rightarrow \begin{cases} c=0 & \text{غ ق ق} \\ c=-\frac{11}{4}=-2/75 \end{cases}$$

www-kanoon-ir

۴ - تمرین (۱۱)

چون تابع f با خط $3x - 2y = b$ برخورد ندارد پس موازیند. در نتیجه:

$$2y = 3x - b \Rightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{b}{2}$$

$$\Rightarrow m = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x + h$$

$$f(2) = 2a - 1 \Rightarrow 2a - 1 = \frac{3}{2} \times 2 + h \Rightarrow 2a = 4 + h \Rightarrow h = 2a - 4 \quad (*)$$

$$f(1-a) = 2 \Rightarrow 2 = \frac{3}{2}(1-a) + h \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{3}{2}a + h = 2$$

$$\Rightarrow h = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}a \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*),(**)} \frac{1}{2} + \frac{3}{2}a = 2a - 4 \Rightarrow a = 9 \xrightarrow{*} h = 14$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x + 14 \Rightarrow f(-9) = \frac{3}{2}(-9) + 14 = 1$$

۵ - تمرین (۳)

$$f(x) = k \Rightarrow k + k = k \times k \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k = 0 \end{cases}$$

$$2n^2 - 7n + 1 = -k \xrightarrow{k=0} 2n^2 - 7n + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 49 - 8 = 41$$

مقدار n طبیعی نمی‌شود پس $k = 0$ قابل قبول نیست

$$\Rightarrow 2n^2 - 7n + 1 = -2 \Rightarrow 2n^2 - 7n + 3 = 0 \Rightarrow \Delta = 49 - 24 = 25$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = \frac{7+5}{4} = 3 \checkmark \\ n = \frac{7-5}{4} = \frac{1}{2} \times \text{ق ق ق} \end{cases}$$

$$m^2 - 4m + 6 = 3 \times 2 \Rightarrow m^2 - 4m + 6 = 6 \Rightarrow m^2 - 4m = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ ق ق ق} \\ m = 4 \checkmark \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{mn}{5}\right] = \left[\frac{12}{5}\right] = 2$$

www.kanoon.ir

CamScanner

۶ـ گزینه ۴

$$f(x) = [x] + [-x]$$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \in z \\ -1 & x \notin z \end{cases}$$

بنابراین تمام مقادیر صحیح تابع $\frac{g}{f}$ تعریف نمی‌شود. پس در هیچ نقطهٔ صحیحی مقدار $\frac{g}{f}$ ۳ نمی‌شود.

۷ـ گزینه (۲)

چون تابع خطی به ازای هر مقدار m از نقطهٔ (α, β) می‌گذرد. پس:

$$m = 0 \xrightarrow{(\alpha,\beta)} \beta = (1 - 2x_0)\alpha - \frac{2x_0 + 3}{2}$$

$$\Rightarrow \beta - \alpha = -\frac{3}{2}$$

۸ـ گزینه (۱)

$$x^2 - ax - 1 = 0 \Rightarrow S = a$$

$$ax^2 - 4x + a + 2 = 0 \Rightarrow P = \frac{a+2}{a}$$

$$\Rightarrow a = \frac{a+2}{a} \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow (a+1)(a-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 2 \end{cases}$$

به ازای $a = 2$ معادلهٔ $ax^2 - 4x + a + 2 = 0$ به صورت $2x^2 - 4x + 4 = 0$ می‌شود که ریشه ندارد. پس فقط $a = -1$ قابل قبول است.

$$\Rightarrow \text{طول راس سهمی} = \frac{-(1-2a)}{2 \times 1} = \frac{-(1+2)}{2} = -\frac{3}{2} = -1.5$$

www.kanoon.ir

CamScanner

۹ـ گزینه (۲)

کل مسافت ۲۰۰ کیلومتر است اگر سرعت حالت اول را v در نظر بگیریم در حالت دوم سرعت $v-۲۰$ است و اگر زمان اولیه t باشد زمان دوم $t+\frac{۵۰}{۶۰}$ برحسب ساعت است.

در نتیجه:

$$\frac{۲۰۰}{v-۲۰}=\frac{۲۰۰}{v}+\frac{۵}{۶} \Rightarrow \frac{۲۰۰}{v-۲۰}=\frac{۲۰۰}{v}+\frac{۲۰۰}{۲۴۰} \Rightarrow \frac{۱}{v-۲۰}=\frac{۱}{v}+\frac{۱}{۲۴۰}$$

$$\Rightarrow v^{۲}-۲۰v-۴۸۰۰=۰ \Rightarrow (v+۶۰)(v-۸۰)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v=-۶۰ & \text{غ ق ق} \\ v=۸۰ & \text{ق ق} \end{cases} \Rightarrow \text{سرعت دوم} = ۸۰-۲۰=۶۰$$

$$\Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = \frac{۸۰}{۶۰}=\frac{۴}{۳}$$

۱۰ـ گزینه (۲)

چون داده های نیمه اول کوچکتر از ۱۰ و زوج هستند و از طرفی پراکندگی داده ها در نیمه اول جعبه (داده های بین $Q_۱$ و $Q_۲$) متمرکزند پس داده های نیمه اول را به صورت زیر می توان در نظر گرفت

$$۶ \text{ و } ۸ \text{ و } ۸ \text{ و } ۸ \Rightarrow \bar{x}=\frac{۳۰}{۴}=۷/۵$$

www.kanoon.ir

CamScanner

۱۱- گزینه (۴)

$$\sigma^2 = \frac{۴ + ۱۶ + ۲a - ۱۷ + ۲۵}{۴}$$

$$\bar{x} = \frac{۶ + ۱۴ + a + ۱۳}{۴} = \frac{۲۳ + a}{۴}$$

اختلاف داده‌ها از میانگین برابر صفر است. پس:

(± ۲) و $(\pm ۴), (\pm \sqrt{۲a - ۱۷}), (\pm ۵)$ $\xrightarrow{a=۹}$ داده‌ها: ۶، ۴، ۹، ۱۳

مجموع

$\Rightarrow \bar{x} = ۸$,

$\sigma^2 = \frac{۴ + ۱۶ + ۱ + ۲۵}{۴} = ۱۱/۵$

۱۲- گزینه (۲)

درگام (۱۵) چون $a-b$ برابر صفر است (چون $a=b$) پس نمی‌توان دوطرف تساوی را بر آن تقسیم کرد.

۱۳- گزینه (۳)

$$[\sim p \wedge (q \vee r)] \wedge \sim [(\sim p \wedge q) \vee (\sim p \wedge r)] \equiv [\sim p \wedge (q \vee r)] \wedge [\sim (\sim p \wedge q) \wedge \sim (\sim p \wedge r)]$$

$$\equiv [\sim p \wedge (q \vee r)] \wedge [(p \vee \sim q) \wedge (p \vee \sim r)] \equiv [(\sim p \wedge q) \vee (\sim p \wedge r)] \wedge [(p \vee \sim q) \wedge (p \vee \sim r)]$$

$$\equiv (\sim p \wedge q \wedge p \wedge \sim r) \vee (\sim p \wedge r \wedge p \wedge \sim q) \equiv (\sim p \wedge p \wedge q \wedge \sim r) \vee (\sim p \wedge p \wedge r \wedge \sim q)$$

۱۴- گزینه (۳)

a نفر شاغل و b نفر بیکار فرض می‌کنیم:

$\Rightarrow a + b = ۱۵۰۰$

$b - n = ۰/۸ b \Rightarrow n = ۰/۲ b$

$$\frac{b-n}{۱۵۰۰} \times ۱۰۰ = \frac{b}{۱۵۰۰} \times ۱۰۰ - ۵ \Rightarrow \frac{۰/۸ b}{۱۵} = \frac{b}{۱۵} - ۵ \Rightarrow ۰/۲ b = ۷۵ \Rightarrow b = ۳۷۵$$

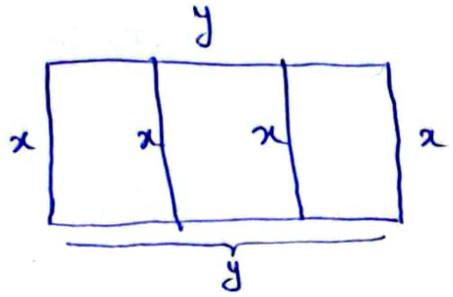
$\Rightarrow n = ۰/۲ \times ۳۷۵ = ۷۵ \Rightarrow$ تعداد بیکار جدید $= ۳۰۰$ $\xrightarrow{\text{نرخ بیکاری}} \frac{۳۷۵}{۱۵۰۰} \times ۱۰۰ = ۲۵$

$$\frac{۳۰۰ - x}{۱۵۰۰} \times ۱۰۰ = \frac{۱}{۳} \times ۲۵ \Rightarrow \frac{۳۰۰ - x}{۱۵} = \frac{۲۵}{۳} \Rightarrow ۳۰۰ - x = ۱۲۵$$

$\frac{۱}{۳}$ شود $\frac{۲}{۳}$ می‌ماند

$x = ۱۷۵$

۱۵ـ گزینه (۱)



$\Rightarrow 4x+2y=190 \Rightarrow 2y=190-4x$

$\Rightarrow y=95-2x$

$95-2x>0 \Rightarrow x<47.5$

$\xrightarrow{x \text{ مثبت است}} 0<x<47.5$

$S=xy \Rightarrow S(x)=x(95-2x)=95x-2x^2$

۱۶ـ گزینه (۳)

$\frac{4}{\text{ورودی علی}} \times \frac{3}{\text{خروجی علی}} \times \frac{3}{\text{ورودی حسن}} \times \frac{3}{\text{خروجی حسن}} = 108$

$\frac{4}{\text{ورودی علی}} \times \frac{3}{\text{خروجی علی}} \times \frac{1}{\text{ورودی حسن}} \times \frac{3}{\text{خروجی حسن}} = 36$

$\xrightarrow{\text{جمع}} 108+36=144$

حسن از ورودی که علی وارد نشده نمی‌تواند وارد شود هم چنین از خروجی که علی خارج نشده نمی‌تواند خارج شود پس دو حالت برای ورود حسن در نظر می‌گیریم حالتی که حسن از ورودی غیر از خروجی علی وارد شود که ۲ حالت می‌شود و حالتی که حسن واقعاً از خروجی علی وارد شود که یک حالت می‌شود. سپس بر اساس اصل جمع داریم:

$108+36=144$

۱۷ـ گزینه ۱

$n(S)=\binom{7}{2}=\frac{7\times 6}{2}=21$

$n(A)=\underbrace{\binom{2}{2}\binom{3}{3}}_{\text{والدین و ۳ دختر}}+\underbrace{\binom{2}{1}\binom{2}{1}\binom{3}{3}}_{\text{یکی از والدین و یک پسر و ۳ دختر}}+\underbrace{\binom{2}{2}\binom{2}{1}\binom{3}{2}}_{\text{والدین و پسر و ۲ دختر}}$

$=1+4+6=11$

$\Rightarrow P(A)=\frac{11}{21}$

www-kanoon.ir

CamScanner

۱۸ـ گزینه (۲)

$n=۲ \Rightarrow a_۳ = a_۱ + a_۲ = ۱+۱ = ۲$

$n=۳ \Rightarrow a_۴ = a_۲ + a_۲ = ۱+۱ = ۲$

$n=۴ \Rightarrow a_۵ = a_{۲\times۲} + a_۳ = a_۲ + a_۳ = ۱+۲ = ۳$

$n=۵ \Rightarrow a_۶ = a_۳ + a_۴ = ۲+۲ = ۴$

$n=۶ \Rightarrow a_۷ = a_۳ + a_۴ = ۲+۲ = ۴$

$n=۷ \Rightarrow a_۸ = a_۶ + a_۵ = ۵$

$n=۸ \Rightarrow a_۹ = a_۴ + a_۶ = ۲+۴ = ۶$

۱۹ـ گزینه (۴)

دنباله هندسی $\xrightarrow{}$ $y^۲ = xz$

دنباله حسابی $\xrightarrow{}$ $۶y = x + ۵z \Rightarrow y = \frac{x+۵z}{۶}$

$\Rightarrow \left(\frac{x+۵z}{۶}\right)^۲ = xz \Rightarrow x^۲ + ۲۵z^۲ + ۱۰xz = ۳۶xz$

$\Rightarrow x^۲ + ۲۵z^۲ - ۲۶xz = ۰$

$\xrightarrow{\div z^۲}$ $\left(\frac{x}{z}\right)^۲ + ۲۵ - ۲۶\left(\frac{x}{z}\right) = ۰$ $\xrightarrow{\frac{x}{z}=t}$

$t^۲ - ۲۶t + ۲۵ = ۰ \Rightarrow (t-۱)(t-۲۵) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t=۱ \text{ قبول} \\ t=۲۵ \text{ قبول} \end{cases}$

بازای $t=۱$ نتیجه می‌گیریم $\frac{x}{z}=۱ \Rightarrow x=z$ طبق فرض مسأله باید $x \neq z$

پس $t=۲۵$ قابل قبول است.

۴۰- گزینه (۳)

نمودار از دو نقطه روی محورها عبور کرده که می‌تواند $(-۲,۰)$ یا $(۲,۰)$ روی محور xها و $(۰,۲)$ یا $(۰,-۲)$ روی محور yها باشند. در نتیجه نقاط را به صورت $(n,۰)$ و $(۰,m)$ در نظر می‌گیریم: $m=\pm۲$ و $n=\pm۲$

$$k+۳^{na-b}=۰$$

$$\Rightarrow k+\frac{۳^{na}}{۳^{b}}=۰ \Rightarrow k=-\frac{۳^{na}}{۳^{b}}$$

$$k+۳^{-b}=m \Rightarrow k+\frac{۱}{۳^{b}}=m \Rightarrow \frac{۱}{۳^{b}}-\frac{۳^{na}}{۳^{b}}=m$$

$$\Rightarrow ۳^{na}-۱=-۳^{b}\times m \Rightarrow ۲^{۲na}+۳^{۲b}\times m=۱$$

$$\xrightarrow[n=۲]{m=-۲} ۲^{۲a}-۲^{۲b+۱}=۱ \Rightarrow \begin{cases} ۲a=۱ \Rightarrow a=\frac{۱}{۲} \\ ۲b+۱=۰ \Rightarrow b=-\frac{۱}{۲} \end{cases}$$

$$\frac{۳^{na}}{۳^{b}}=۰ \Rightarrow k+\frac{۳^{\frac{۱}{۲}}}{۳^{-\frac{۱}{۲}}}=۰ \Rightarrow k=-۳$$

$$\Rightarrow bk=(-\frac{۱}{۲})\times(-۳)=۲$$